PART2　標本平均の分布，標本比率の分布

例題

(1)　母平均 50，母標準偏差 20 の母集団から，大きさ 100 の標本を無作為抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ が 52 以上となる確率を求めよ。

(2)　6 個中 1 個の割合で不良品である製品の山から，500 個の製品を無作為抽出するとき，92 個以上が不良品である確率を求めよ。

Point Pickup

練習

(1)　母平均 165，母標準偏差 4 の母集団から，大きさ 64 の標本を無作為抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ が 164 以上 166 以下となる確率を求めよ。

(2)　ある市の市民の血液型は 1 割が AB 型である。この市のある献血ルームに来た市民 900 人のうち 100 人以上が AB 型である確率を求めよ。

第 8 講　PART2 確認問題

次の<正規分布表>を用いて，以下の問いに答えよ。

u	.00	.01	.02	.03	.04	.05
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531

1　母平均 80，母標準偏差 50 の母集団から，大きさ 100 の標本を無作為抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ が 75 以上 84 以下となる確率は 0. **アイウエ** である。

2　ある市の市民の血液型は 4 割が A 型である。いま，この市の市民の中から無作為に 600 人を選ぶとき，A 型の人が 246 人以上である確率は 0. **オカキク** である。

PART2　標本平均の分布，標本比率の分布

例題

(1)　母平均 50，母標準偏差 20 の母集団から，大きさ 100 の標本を無作為抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ が 52 以上となる確率を求めよ。

(2)　6 個中 1 個の割合で不良品である製品の山から，500 個の製品を無作為抽出するとき，92 個以上が不良品である確率を求めよ。

(1)　$\overline{X}$ の分布は近似的に正規分布 $N\left(50,\ \dfrac{20^2}{100}\right)$，すなわち $N(50,\ 2^2)$ に従う。

$Z=\dfrac{\overline{X}-50}{2}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

よって，$P(\overline{X}\geqq 52)=P(Z\geqq 1)=0.5-p(1)=0.5-0.3413=0.1587$

(2)　母比率は $p=\dfrac{1}{6}$，標本の大きさは $n=500$

よって，標本比率 R の分布は近似的に正規分布 $N\left(\dfrac{1}{6},\ \dfrac{\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}}{500}\right)$，すなわち

$N\left(\dfrac{1}{6},\ \left(\dfrac{1}{60}\right)^2\right)$ に従う。

$Z=\dfrac{R-\frac{1}{6}}{\frac{1}{60}}=60R-10$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

よって，$P\left(R\geqq\dfrac{92}{500}\right)=P\left(Z\geqq\dfrac{26}{25}\right)=P(Z\geqq 1.04)$

$$=0.5-p(1.04)=0.5-0.3508=0.1492$$

練習

(1)　母平均 165，母標準偏差 4 の母集団から，大きさ 64 の標本を無作為抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ が 164 以上 166 以下となる確率を求めよ。

(2)　ある市の市民の血液型は 1 割が AB 型である。この市のある献血ルームに来た市民 900 人のうち 100 人以上が AB 型である確率を求めよ。

(1)　$\overline{X}$ の分布は近似的に正規分布 $N\left(165,\ \dfrac{4^2}{64}\right)$，すなわち $N\left(165,\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^2\right)$ に従う。

$Z=\dfrac{\overline{X}-165}{\dfrac{1}{2}}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

よって　$P(164\leqq \overline{X}\leqq 166)$

$=P(-2\leqq Z\leqq 2)$

$=2p(2)$

$=2\times 0.4772=0.9544$

(2)　母比率は $p=\dfrac{1}{10}=0.1$，標本の大きさは $n=900$

よって，標本比率 R の分布は近似的に正規分布 $N\left(0.1,\ \dfrac{0.1\cdot 0.9}{900}\right)$，すなわち

$N(0.1,\ 0.01^2)$ に従う。

$Z=\dfrac{R-0.1}{0.01}=100R-10$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

よって $P\left(R\geqq \dfrac{100}{900}\right)=P\left(Z\geqq \dfrac{10}{9}\right)\fallingdotseq P(Z\geqq 1.11)$

$=0.5-p(1.11)=0.5-0.3665=0.1335$

第 8 講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] アイウエ：6294

[解説]

$\overline{X}$ の分布は近似的に正規分布 $N\left(80,\ \dfrac{50^2}{100}\right)$,

すなわち正規分布 $N(80,\ 5^2)$ に従う。[A]

$Z=\dfrac{\overline{X}-80}{5}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

ここで，$75 \leqq \overline{X} \leqq 84$ のとき

$$\frac{75-80}{5} \leqq \frac{\overline{X}-80}{5} \leqq \frac{84-80}{5}$$

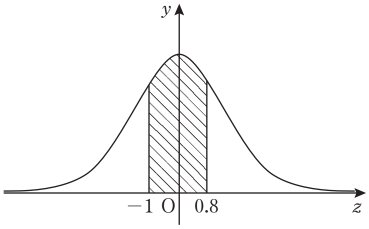
$$-1 \leqq Z \leqq 0.8$$

したがって

$$\begin{aligned}
&P(75 \leqq \overline{X} \leqq 84)\\
&=P(-1 \leqq Z \leqq 0.8)\\
&=P(-1 \leqq Z \leqq 0)+P(0 \leqq Z \leqq 0.8)\\
&=P(0 \leqq Z \leqq 1)+P(0 \leqq Z \leqq 0.8)\\
&=p(1)+p(0.8)\\
&=0.3413+0.2881\\
&=0.6294
\end{aligned}$$

よって，求める確率は

0.6294



> [A]　標本平均の分布
> 母平均 m，母標準偏差 σ の母集団から大きさ n の標本を無作為抽出するとき，その標本平均 $\overline{X}$ の分布は，n が十分大きいとき，近似的に正規分布 $N\left(m,\ \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$ に従う。

2 [正解] オカキク：3085

[解説]

母比率は　$p=\dfrac{4}{10}=0.4$

標本の大きさは　$n=600$

よって，標本比率 R の分布は近似的に正規分布

$N\left(0.4,\ \dfrac{0.4\cdot 0.6}{600}\right)$，すなわち正規分布 $N(0.4,\ 0.02^2)$

に従う。 [B]

$Z=\dfrac{R-0.4}{0.02}=50R-20$ とおくと，Z は

標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

ここで，$R\geqq\dfrac{246}{600}=\dfrac{41}{100}$ のとき

$$Z\geqq 50\cdot\frac{41}{100}-20$$

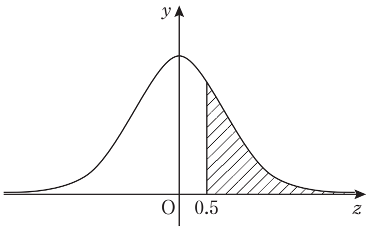
すなわち　$Z\geqq 0.5$

したがって

$$\begin{aligned}P\left(R\geqq\frac{246}{600}\right)&=P(Z\geqq 0.5)\\&=0.5-P(0\leqq Z\leqq 0.5)\\&=0.5-p(0.5)\\&=0.5-0.1915\\&=0.3085\end{aligned}$$

よって，求める確率は

0.3085



[B]　標本比率の分布
性質 A の母比率が p である母集団から無作為抽出された大きさ n の標本について，標本比率 R の分布は，n が十分大きいとき，近似的に正規分布 $N\left(p,\ \dfrac{p(1-p)}{n}\right)$ に従う。